**Олимпиада по математике.**

**7 класс.**

1. Что больше: 1234567·1234569 или 1234568² ?
2. Магазин продал одному покупателю 25% полотна, второму – 30% остатка, а третьему – 40% нового остатка. Сколько процентов полотна осталось?
3. Учитель математики, проверив контрольные работы у трех друзей: Алексея, Бориса и Василия, сказал им: «Все вы написали работу, причем получили разные отметки («3», «4», 5»). У Василия — не «5», у Бориса — не «4», а у Алексея, по моему, «4». Впоследствии оказалось, что учитель ошибся: одному ученику сказал отметку верно, а другим двум неверно. Какие отметки получил каждый из учеников?
4. Дворец имеет форму прямоугольника размером 13х15. Каждая клетка, кроме центральной, - комната замка, а в центральной клетке находится бассейн. В каждой стене (стороне клетки), разделяющей две соседние комнаты, есть дверь. Можно ли, не выходя из дворца и не заходя в бассейн, обойти все комнаты, побывав в каждой ровно по одному разу?
5. Дан угол в 13°. Как получить угол в 11°?

**Решения и ответы:**

1. 1234568² > 1234567·1234569

1234567·1234569= (1234568-1)·(1234568+1)= 1234568²-1²

1234568² > 1234568²-1²

1. 31,5%.

Пусть было 100% полотна.

После первой продажи осталось 100-25=75% полотна. После второй 100-30=70% остатка, а после третьей 100-40=60% нового остатка. Значит, осталось 100·0,75·0,7·0,6=0,315=31,5%.

1. Алексей получил «5», Борис – «4», Василий – «3».

Рассмотрим три случая.

1 случай. Пусть учитель сказал верно Алексею. Значит, у Алексея – «4». Т.к. Борису и Василию учитель назвал неверные отметки, то у Бориса – «4», а у Василия – «5». Получилось, что у двух учеников оказались одинаковые отметки, что противоречит условию задачи. Данный случай невозможен.

2 случай. Пусть учитель сказал верно Василию. Тогда у Василия отметка – не «5». Т.к. учитель сказал неверно об отметках Алексея и Бориса, то у Алексея отметка не «4», а у Бориса – «4». Тогда у Алексея – «5», у Василия – «3».

3 случай. Пусть учитель сказал верно Борису. Тогда Борис получил не «4». Т.к. утверждения про отметки Алексея и Василия ложные, то у Алексея – не «4», у Василия – «5». Получается, что отметку «4» никто не получил. Этот случай тоже противоречит условию задачи.

1. Нельзя.

Раскрасим прямоугольник в шахматном порядке так, чтобы центральная клетка была черная. При этом клеток черного цвета будет на 1 меньше, чем белых клеток. В центральной клетке находится бассейн, поэтому черных комнат на 2 меньше, чем белых. При переходе через дверь мы попадаем в комнату другого цвета, т.е. цвет комнат чередуется. Поэтому разность между количеством пройденных комнат разного цвета не более одного (т.к. путь распадается на пары клеток разного цвета, исключая, может быть, последнюю). Значит, обойти все комнаты, побывав в каждой ровно по одному разу, нельзя.

1. Отложить 13 раз угол по 13°, получим угол 169°. Тогда разность развернутого угла и 169° даст искомый угол: 180°-169°=11°.

**Олимпиада по математике.**

**8 класс.**

1. Докажите, что значение выражения $\frac{1}{1-3\sqrt{3}}+\frac{1}{1+3\sqrt{3}}$ есть число рациональное.
2. Товар подорожал на 10%, а затем еще на 20%. Как изменилась цена этого товара?
3. На какую цифру оканчивается число З2004 + 42005?
4. Аня младше Вани. Когда Ване было столько лет, сколько Ане сейчас, их матери было на 3 года меньше, чем Ане с Ваней теперь. Сколько лет было Ване, когда матери было столько лет, сколько Ване теперь?
5. Найдите сумму пяти внутренних углов произвольной пяти­конечной звезды.

**Ответы и решения:**

1. $\frac{1}{1-3\sqrt{3}}+\frac{1}{1+3\sqrt{3}}=\frac{1+3\sqrt{3}+1-3\sqrt{3}}{1-27}=-\frac{1}{13}$
2. Увеличилась на 32%.

Новая цена равна 1,1·1,2=1,32 от старой цены. Увеличение цены составит (1,32-1)·100%=32%.

1. На цифру 5.

Найдем последнюю цифру З*n*при различных значениях *n*: 1;2;3;4;5;6… Замечаем зависимость: через 4 числа последняя цифра повторяется (3;9;7;1;3;9…).Т.к. 2004=501·4+0, то число З2004 оканчивается такой же цифрой, что и З4 ,то есть 1. Рассматривая различные степени числа 4, получаем зависимость: если показатель степени четный, то число оканчивается цифрой 6, если нечетный – цифрой 4. Значит, число 42005 оканчивается цифрой 4. Следовательно, число З2004 + 42005оканчивается на цифру 5.

1. 3 года.

Пусть Ане сейчас *а* лет, Ване – *b* лет, маме – *с* лет. Ване было *а* лет, т.е. столько, сколько сейчас Ане, *(b-а)* лет назад. Маме тогда было *с-(b-а)=с-b+а*, и это число равно *а+b-3*. Значит, *с=2b-3*. Маме было *b* лет, т.е. столько, сколько Ване теперь, *(с-b)* лет назад, но Ване тогда было

*b-с+b=2b-с=3*. Итак, Ване было 3 года.

1. На рис. 1: 7= 1+ 3, 6= 2+ 5 (по теореме о свойстве внешнего угла треугольника). Тогда 1+ 2+ 3+ 4+ 5= 7+ 6+ 4=180°.



 Рис.1

**Олимпиада по математике.**

**9 класс.**

1. Найдите значение выражения:

(1+$\sqrt{a})\left(1+\sqrt[4]{a}\right)\left(1+\sqrt[8]{a}\right)\left(1+\sqrt[16]{a}\right)\left(1+\sqrt[32]{a}\right)(1-\sqrt[32]{a})$ при *а*=2008.

1. Из Астрахани в Москву везли 80 т персиков, которые содержали 99% воды. По дороге они усохли и стали содержать 98% воды. Сколько тонн персиков привезли в Москву?
2. В комнате собрались 8 человек. Некоторые из них лгут, а остальные – честные люди, всегда говорящие правду. Один из собравшихся сказал: «Здесь нет ни одного честного человека». Второй сказал: «Здесь не больше одного честного человека». Третий сказал: «Здесь не более двух честных людей» и т.д. до восьмого, который сказал: «Здесь не более семи честных людей». Сколько в комнате честных людей? Ответ обоснуйте.
3. У отца спросили, сколько лет его двум сыновьям. Отец ответил, что если к произведению чисел, означающих их года, прибавить сумму этих чисел, то будет 14. Сколько лет сыновьям?
4. Постройте ромб, в котором высота равна 5 см, а одна из диагоналей 6 см.

**Олимпиада по математике.**

1. **класс.**
2. Найдите значение выражения:

(1+$\sqrt{a})\left(1+\sqrt[4]{a}\right)\left(1+\sqrt[8]{a}\right)\left(1+\sqrt[16]{a}\right)\left(1+\sqrt[32]{a}\right)(1-\sqrt[32]{a})$ при *а*=2008.

1. Из Астрахани в Москву везли 80 т персиков, которые содержали 99% воды. По дороге они усохли и стали содержать 98% воды. Сколько тонн персиков привезли в Москву?
2. В комнате собрались 8 человек. Некоторые из них лгут, а остальные – честные люди, всегда говорящие правду. Один из собравшихся сказал: «Здесь нет ни одного честного человека». Второй сказал: «Здесь не больше одного честного человека». Третий сказал: «Здесь не более двух честных людей» и т.д. до восьмого, который сказал: «Здесь не более семи честных людей». Сколько в комнате честных людей? Ответ обоснуйте.
3. У отца спросили, сколько лет его двум сыновьям. Отец ответил, что если к произведению чисел, означающих их года, прибавить сумму этих чисел, то будет 14. Сколько лет сыновьям?
4. Постройте ромб, в котором высота равна 5 см, а одна из диагоналей 6 см.

**Ответы и решения:**

1. – 2007.

Применяя формулу последовательно для последних двух множителей, в результате получаем:

$\left(1-\sqrt{a}\right)(1+\sqrt{a}$)=1-*a.*

При *а* =2008, 1-*а*=-2007.

1. 40т

В Астрахани в персиках содержался 1%,т.е. 8 т «сухого остатка», в Москве эти 8 т составляли уже 2% от привезенных персиков. Тогда вес персиков 8:2·100=40 т.

1. 4 человека.

Начнем рассуждения с высказывания восьмого человека: «Здесь не больше 7 честных людей». Если восьмой – честный, то все хорошо. Если он лжет, то в комнате 8 честных людей, что противоречит тому, что восьмой – лжец. Значит, восьмой не может лгать, он-честный. Первый сказал, что в комнате нет честных людей. Но восьмой – честный, поэтому – первый солгал. Рассматривая высказывание седьмого человека, получим, что он не может быть лжецом. Иначе в комнате должно быть 7 или 8 честных людей. Но первый – лжец. Поэтому седьмой – честный. Рассуждая далее аналогично, получим, что второй, третий и четвертый будут лжецами, а шестой и пятый – честными. Тогда в комнате будет 4 честных человека.

1. 2 года и 4 года.

Пусть одному сыну n лет, а другому m лет. Тогда

*mn+m+n*=14,

$m=\frac{14-n}{n+1}=\frac{15}{n+1}-1$.

Поскольку *m* – натуральное число, а 15=5·3·1, то: а) либо *n+*1=5; б)либо *n*+1=3; в)либо *n*+1=1. В случае: а) *n*=4, тогда *m*=2; в случае б)*n*=2, тогда *m*=4; в случае в)*n*=0, чего не может быть, т.к. *n* – натуральное число. Следовательно, одному сыну 2 года, а другому 4 года.

1. Построим прямой угол FEK. Затем на луче ЕF отложим отрезок ЕВ=5 см. Проведем окружность с центром в точке В и радиусом 6 см, а точку пересечения этой окружности со стороной ЕК обозначим через D. Проведем серединный перпендикуляр к отрезку ВD и прямую ВL, параллельную прямой ЕD. Точку пересечения данной прямой и серединного перпендикуляра обозначим за С, а точку пересечения серединного перпендикуляра с прямой ЕD обозначим за А. АВСD – искомый ромб.